HEPVS | PHVS
Haute école pédagogique du Valais
Pädagogische Hochschule Wallis

Examen d'admission formation BP HEP VS, exemple épreuve écrite domaine Sciences

BRANCHE : MATHEMATIQUES

Durée de l'examen : 120 minutes

Consignes

1. Ecrivez votre nom et prénom sur CHAQUE FEUILLE, dans le cartouche en haut à gauche.
2. Veillez à bien noter sur les feuilles annexes les numéros des exercices résolus.
3. Les réponses et/ou développements sur les feuilles de brouillon ne sont pas pris en considération.
4. Une réponse sans développement est considérée comme fausse, sauf demande contraire.
5. LA FORME DE RESOLUTION fait partie intégrante de la réponse.
6. Une épreuve peu soignée fera l'objet d'une pénalité sur les points.
7. L'intégralité des feuilles – y compris les feuilles de brouillon – sont remises à la fin de l'épreuve.
8. Les épreuves sont rendues seulement à la fin officielle de l'examen.
9. Aucune prolongation de temps n'est accordée.
10. La **calculatrice n'est pas autorisée**.

Moyens auxiliaires autorisés

- « Formulaires de mathématiques »

BAREME :

CHAQUE PARTIE A LA MÊME PONDÉRATION POUR LA NOTE FINALE

Partie A – Calcul : 10 points

Partie B – Probabilités : 16 points
Exercice 1 : 8 points
Exercice 2 : 8 points

Partie C – Géométrie vectorielle : 14 points
Exercice 3 : 14 points

Partie D – Problèmes : 9 points
Exercice 4 : 9 points

Partie E – Géométrie : 13 points
Exercice 5 : 9 points
Exercice 6 : 4 points

Calcul de la note :

$$\frac{\boldsymbol{Partie\ A}}{\mathbf{10}} + \frac{\boldsymbol{Ex\ 1 + Ex\ 2}}{\mathbf{16}} + \frac{\boldsymbol{Ex\ 3}}{\mathbf{14}} + \frac{\boldsymbol{Ex\ 4}}{\mathbf{9}} + \frac{\boldsymbol{Ex\ 5 + Ex\ 6}}{\mathbf{13}} + \mathbf{1}$$

Nom, prénom :...

A. Calcul (Cette partie se résout sur cette feuille et est ramassée après 15 minutes)

Calculs *(Pour la division, 1 seul chiffre après la virgule)* : 1pt ; 0,5pt/calcul

1) $8{,}3 \cdot 27{,}09 =$ .... 2) $73{,}8 \div 0{,}24 =$ ....

Livrets : 1pt ; -0,2pt/faute

1) $7 \cdot 8 =$............	6) $5 \cdot 11 =$............	11) $7 \cdot 6 =$............	16) $8 \cdot 11 =$............
2) $12 \cdot 5 =$............	7) $6 \cdot 9 =$............	12) $2 \cdot 9 =$............	17) $12 \cdot 8 =$............
3) $8 \cdot 9 =$............	8) $7 \cdot 12 =$............	13) $11 \cdot 11 =$............	18) $6 \cdot 3 =$............
4) $7 \cdot 4 =$............	9) $9 \cdot 3 =$............	14) $9 \cdot 7 =$............	19) $11 \cdot 3 =$............
5) $11 \cdot 12 =$............	10) $9 \cdot 9 =$............	15) $4 \cdot 4 =$............	20) $12 \cdot 6 =$............

Additions et soustractions : 1pt ; 0,25pt/calcul

1) $61 - 25 =$ .... 3) $29 - 74 =$ ....

2) $24 + 89 =$ .... 4) $56 + 78 =$ ....

Fractions – réponses sous forme irréductible : 1pt ; 0,5pt/calcul, -0,3pt/fraction réductible

1) $\frac{49}{42} - \frac{48}{72} =$ 2) $\frac{54}{44} \div \frac{42}{132} =$

Transformez en heure:minute:seconde *(Arrondissez à la seconde)* : 2pts ; 1pt/transformation

1) $12069s =$ .... h .... min .... s 2) $4{,}3375h =$ .... h .... min .... s

Critères de divisibilité : 1pt ; 0,5pt/ligne entièrement correcte

	Divisible par ...						
	3	4	6	9	12	15	18
17'160							
42'966							

Estimez ces calculs à 20% près : 1pt ; 0,5pt/calcul

1) $189{,}3 \cdot 0{,}063 \simeq$ .... 2) $0{,}2948 \div 0{,}3957 \simeq$ ....

Conversions d'unité : 1pt ; 0,25pt/conversion

1) $750\ ml$ = ... cm^3

2) $237'000\ mg$ = ... kg

3) $0{,}0465\ hl$ = ... dl

4) $0{,}18\ m^2$ = ... cm^2

Calculs réfléchis : 1pt ; 0,5pt/calcul

1) $4 \cdot 200 \div 0{,}8 \cdot 0{,}025 \div 5 =$

2) Complétez le tableau de proportionnalité

Nom, prénom : ....

3,5	5,6	12,6
5,4	8,64	

B. Probabilités

Les réponses seront données en un code décimal exact ou en une fraction irréductible !

Exercice 1 **(Sur une nouvelle feuille annexe)** Lors d'un concours télévisé, un candidat a gagné CHF 50'000.-. Il doit choisir entre trois portes :

- une porte bleue amène sur une salle qui contient deux coffres; un coffre bleu annonce la fin du jeu avec un gain supplémentaire de CHF 50'000.- et un coffre rouge indique la fin du jeu avec la perte totale des gains,
- une porte également bleue annonce la fin du jeu avec la perte totale des gains,
- une porte rouge amène elle aussi sur une salle qui contient deux coffres ; un coffre rouge annonce la fin du jeu avec un gain au total de CHF 10'000.- et un coffre bleu indique la fin du jeu sans gain ou perte supplémentaire.

1. Etablissez un diagramme utile pour répondre aux questions ci-dessous.
2. Quelle est la probabilité que le candidat ne reparte pas sans gain ?
3. Quelle est la probabilité que le candidat ait gagné CHF 50'000.- ou plus ?

A la sortie du tournage, comme le candidat est fort satisfait de ses gains, il paie une tournée générale dans le premier bar sur son chemin.

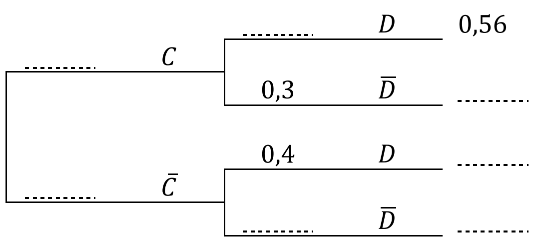
4. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi une porte bleue ?

Exercice 2 **(Sur cette feuille) Trois parties indépendantes, sans aucun lien les unes avec les autres**

1ère partie Complétez les cases de ce diagramme

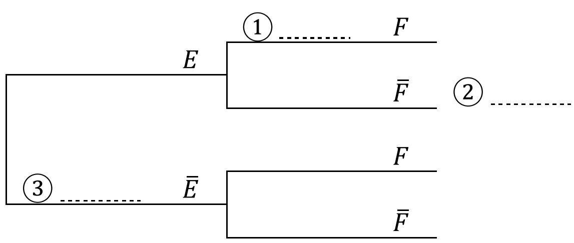
	A	$\bar{A}$	Total
B	0,2		
$\bar{B}$		0,1	0,65
Total			

2e Partie Complétez les cases de ce diagramme



3e partie A partir du diagramme à doubles entrées, complétez les n° ① à ⑤.

	E	$\bar{E}$	Total
F	0,45	0,12	
$\bar{F}$	0,15	0,28	
Total			



Nom, prénom : ....

④ $P(E \cup \bar{F}) =$ ....   ⑤ $P(\bar{E}|\bar{F}) =$ ....

C. Géométrie vectorielle

Exercice 3 **(Sur une nouvelle feuille annexe)** Soit le triangle ABC avec $A(-2;7)$, $B(7;4)$ et $C(1;-2)$

1. Calculez les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC.
2. Soit le point P, tel que $\overrightarrow{BP} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{CB}$. Déterminez les coordonnées du point P.
3. Les vecteurs $\overrightarrow{PB}$ et $\overrightarrow{BC}$ forment-ils une base vectorielle ? Justifiez.
4. Calculez les coordonnées de A', l'image de A par la symétrie de centre B.
5. Donnez une équation cartésienne de la droite d_1, parallèle au côté AB, passant par C.
6. Soit la droite d_2: $\begin{cases} x = k + 1 \\ y = -3k - 2 \end{cases}$. La droite d_2 est-elle confondue avec la droite AC ? Justifiez algébriquement.
7. Donnez un système d'équations paramétriques de la médiatrice du segment BC.

D. Problèmes

Exercice 4 **(Sur une nouvelle feuille annexe)** Pour construire une cabane de montagne, on amène par hélicoptère du sable qu'on transporte dans un ballot en forme d'une demi-sphère de $2m$ de diamètre.
Un ballot est rempli au maximum, lorsque le sable occupe exactement la demi-sphère.
La charge utile maximale de cet hélicoptère est 3,8 tonnes *(Charge utile : chargement + personnes)*.
Chaque mètre-cube du sable utilisé pèse $1600kg$. Arrivé à la cabane, le sable est stocké dans un cylindre droit de $2m$ de diamètre et de $5m$ de hauteur.
Pour verser le sable, il y a une ouverture sous le ballot qui permet le passage de 400 litres de sable en 12 secondes.

1. En supposant que l'hélicoptère soit capable de transporter des ballots remplis au maximum, <u>estimez</u> combien de voyages seraient nécessaire pour remplir le cylindre de stockage. Notez vos calculs et vos <u>approximations</u>.
2. L'hélicoptère est-il capable de transporter un ballot rempli à ras-bord ? Justifiez votre réponse en notant vos calculs et vos <u>approximations</u>.
3. Si lors d'un voyage particulier, l'hélicoptère transporte $2{,}65m^3$ de sable, combien de temps lui faudra-t-il pour décharger le sable. <u>Réponse exacte</u>.
4. <u>Estimez</u> le pourcentage utilisé de charge utile pour le transport de 5 personnes, pilote inclus, et de $2450kg$ de sable. Notez vos calculs et vos <u>approximations</u>.

Nom, prénom : ....

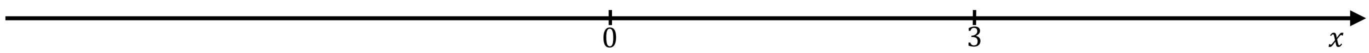
E. Géométrie

Exercice 5 **(Sur cette feuille, <u>au crayon</u> ! Trait de construction visible !)** On considère un système d'axe orthonormé, d'origine O et dont l'axe des abscisses Ox est tracé ci-dessous. Les graduations 0 et 3 de l'axe Ox sont marquées.

A la règle non graduée et au compas, construisez :

1. l'axe des ordonnées Oy,
2. la droite d_1, telle que $\widehat{d_1Ox} = -30°$,
3. la graduation 5 de l'axe Ox.
4. un cercle c de rayon 3, tangent aux deux axes, tel $c \cap d_1 = \emptyset$. S'il y a plusieurs possibilités, n'en construisez qu'une seule et indiquez les coordonnées du centre des autres possibilités.

   Centre des éventuelles autres possibilités : ....



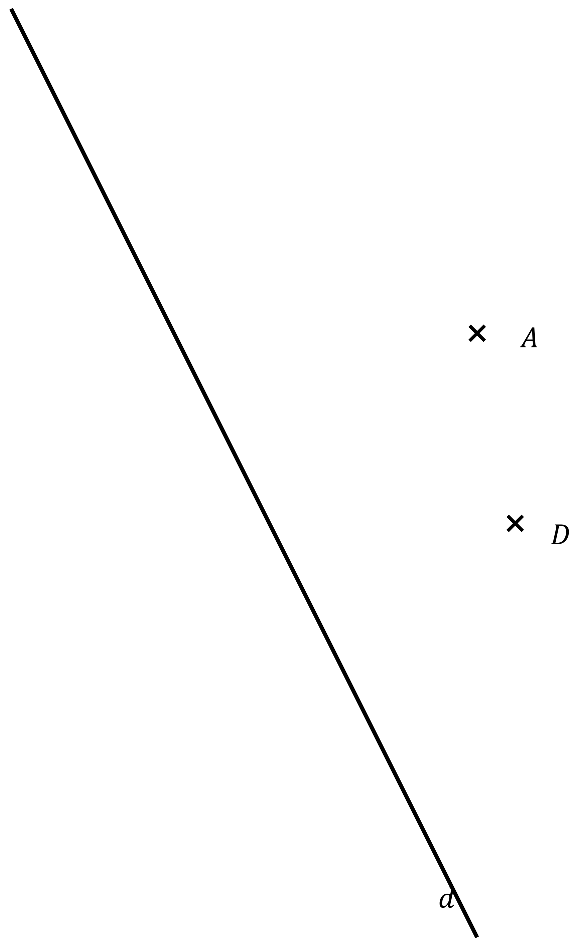
Exercice 6 **(Sur cette feuille, <u>au crayon</u> !)** On considère la symétrie axiale $\mathcal{S}$ qui transforme le quadrilatère convexe $ABCD$ en l'image $A'B'C'D'$. L'axe de symétrie de $\mathcal{S}$ est d, la médiatrice de AB.

Sachant que :

- C et C' sont confondus,
- la longueur du segment AC est de 5cm,

construisez avec le matériel de votre choix,

1. le quadrilatère $ABCD$,
2. l'image $A'B'C'D'$ du quadrilatère $ABCD$ par la symétrie $\mathcal{S}$



FIN

Formulaire de Mathématiques – MSOP

Vecteurs et géométrie vectorielle et analytique dans le plan

Propriété des vecteurs

$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$	$\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
$\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$	$(\lambda+\mu)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$	$(\lambda\mu)\vec{a}=\lambda(\mu\vec{a})$	$1\vec{a}=\vec{a}$

Relation de Chasles

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

Déterminant de deux vecteurs :

Si $\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$ et $\vec{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$ alors $\det(\vec{a};\vec{b})=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\a_2 & b_2\end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$

Dépendance linéaire :

Deux vecteurs sont linéairement dépendants s'ils sont multiples l'un de l'autre.

$\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont linéairement dépendants $\Leftrightarrow \det(\vec{a};\vec{b})=0$

Base vectorielle et composantes d'un vecteur relative à cette base - Coordonnées d'un point

Une base vectorielle $\mathcal{B}=(\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ est un couple de vecteurs linéairement indépendants.

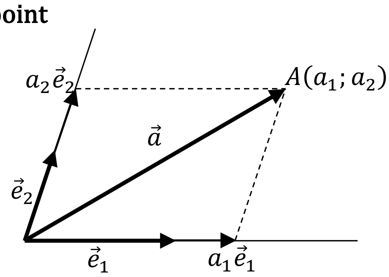
Composantes du vecteurs $\vec{a}$ sont : $\vec{a}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{a_1}\\\boldsymbol{a_2}\end{pmatrix}=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2$

Un repère, noté $\mathcal{R}$, est un triplet $(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$, O est l'origine du repère et $(\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ la base associée au repère.

Les coordonnées d'un point A sont les composantes du vecteur $\overrightarrow{OA}$:

Si $\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}=a_1\vec{e}_1+a_2\vec{e}_2$ alors $A(a_1;a_2)$

a_1 est l'abscisse du point A et a_2 est l'ordonnée du point A.



Opérations des vecteurs à partir des composantes

$\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\end{pmatrix}$ et $\lambda\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\lambda a_1\\\lambda a_2\end{pmatrix}$

Composantes d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ défini par deux points

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}b_1-a_1\\b_2-a_2\end{pmatrix}$

Norme du vecteur $\vec{a}$ et longueur d'un segment AB

$\vec{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}\Rightarrow\|\vec{a}\|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

$AB=\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2}$

Milieu M d'un segment AB

$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\Leftrightarrow M\left(\frac{a_1+b_1}{2};\frac{a_2+b_2}{2}\right)$

Centre de gravité G d'un triangle ABC

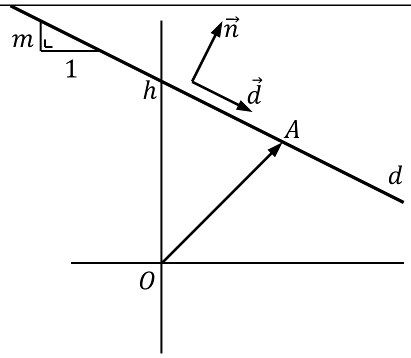
$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})\Leftrightarrow G\left(\frac{a_1+b_1+c_1}{3};\frac{a_2+b_2+c_2}{3}\right)$

Droite – Equations de la droite

Soit une droite d passant par le point $A(a_1;a_2)$ et de vecteur directeur $\vec{d}=\begin{pmatrix}d_1\\d_2\end{pmatrix}$

Un point $P(x;y)$ appartient à la droite d si et seulement si les équations de la droite sont vérifiées :

Equation vectorielle	$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda\vec{d}$,	$\lambda\in\mathbb{R}$
Equations paramétriques	$\begin{cases}x=a_1+\lambda d_1\\y=a_2+\lambda d_2\end{cases}$,	$\lambda\in\mathbb{R}$
Equation cartésienne	$ax+by+c=0$	$\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$: vecteur normal de la droite d
Autre équation	$y=mx+h$	$m=\frac{d_2}{d_1}=\frac{-a}{b}$: la pente de la droite d h : ordonnée à l'origine de la droite d



$\vec{n}_1=\begin{pmatrix}-d_2\\d_1\end{pmatrix}$ et $\vec{n}_2=\begin{pmatrix}d_2\\-d_1\end{pmatrix}$: vecteurs normaux de la droite d

Cercle – Equations du cercle – Tangente à un cercle

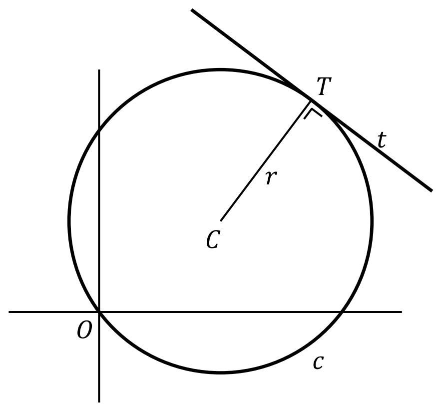
Soit un cercle c de centre $C(x_0;y_0)$ et de rayon r.

Un point $P(x;y)$ appartient au cercle c si et seulement si les équations du cercle sont vérifiées :

Equation vectorielle	$\|\overrightarrow{CP}\|=r$,	
Equations paramétriques	$\begin{cases}x=x_0+r\cos\theta\\y=y_0+r\sin\theta\end{cases}$,	$\theta\in\mathbb{R}$
Equation cartésienne	$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$	

Soit t la **tangente** au cercle c et T le point de tangence :

$t\perp CT\Rightarrow\overrightarrow{CT}$ est un vecteur normal de t



Probabilités

L'**univers U** est l'ensemble de toutes les issues possibles, incompatibles deux à deux, d'une épreuve aléatoire.
Un **événement**, noté A, est un sous-ensemble de l'univers : $A \subset U$
L'événement U est appelé l'**événement certain.**
L'ensemble vide, noté $\emptyset$, est l'**événement impossible.**
L'**événement non-A** est le complémentaire de A ou l'**événement contraire** de A, noté $\bar{A}$. On a $A \cap \bar{A} = \emptyset$ et $A \cup \bar{A} = U$

L'événement A est **réalisé**, si lors du déroulement du phénomène aléatoire se présente l'issue i, avec $i \in A$
L'**événement « A ou B »**, noté $A \cup B$, se réalise si l'un au moins des événements A ou B se réalise.
L'**événement « A et B »**, noté $A \cap B$, se réalise si les deux événements A et B se réalisent.
Deux événements A et B sont **incompatibles** $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

$P(A)$ est la **probabilité de l'événement A**, CAD la probabilité que A se réalise lors du déroulement de l'épreuve aléatoire.

$0 \le P(A) \le 1$	$P(U) = 1$	$P(\emptyset) = 0$
Si $A \subset B$, alors $P(A) < P(B)$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	Si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$	$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$
$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$	$P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$	$A \subset B \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A)$

La **probabilité conditionnelle** de A sachant que B est réalisé est notée $P(A|B)$

$P(A\|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$	$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A\|B) = P(A) \cdot P(B\|A)$

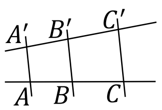
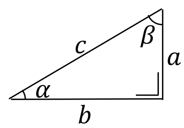
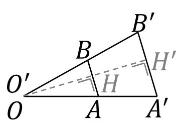
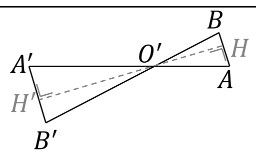
Les événements A et B sont **indépendants** si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, soit si $P(A|B) = P(A)$ et $P(B|A) = P(B)$

Polynômes du 2e degré $P(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$

Discriminant de P : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$, $P(x) = 0$ admet 2 solutions : $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$	Si $\Delta = 0$, $P(x) = 0$ admet 1 solution : $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$	Si $\Delta < 0$, $P(x) = 0$ n'admet pas de solution réelle, et $P(x)$ n'est pas factorisable.

Théorèmes – Trigonométrie dans le triangle rectangle

$\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{A'C'}{AC}$ 	$\cos\alpha = \dfrac{b}{c} = \sin\beta$ $\quad \sin\alpha = \dfrac{a}{c} = \cos\beta$ $\tan\alpha = \dfrac{a}{b}$; $\tan\beta = \dfrac{b}{a}$ $\quad a^2 + b^2 = c^2$ 
$\dfrac{O'A'}{OA} = \dfrac{O'B'}{OB} = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{O'H'}{OH}$ 	ou 

Périmètres – Aires – Volumes

P : périmètre, A : aire, V : volume, c ou c_i : côté, b ou b_i : base, h : hauteur, r : rayon, d_i : diagonale

Triangle $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$	**Carré** $P = 4c$ $A = c^2$	**Rectangle** $P = 2(c_1 + c_2)$ $A = c_1 \cdot c_2$	**Losange** $P = 4c$ $A = \dfrac{d_1 \cdot d_2}{2}$
Parallélogramme $P = 2(c_1 + c_2)$ $A = b \cdot h$	**Trapèze** $A = \dfrac{b_1 + b_2}{2} \cdot h$	**Cercle** $P = 2\pi r$ $A = \pi r^2$	**Cube** $V = c^3$
Parallélépipède rectangle $V = c_1 \cdot c_2 \cdot c_3$	**Prisme droit – cylindre droit** $A_{latérale} = P_{base} \cdot h$ $V = A_{base} \cdot h$	**Pyramide – Cône** $V = \dfrac{A_{base} \cdot h}{3}$	**Sphère** $A = 4\pi r^2$ $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$